

Правило на 3-те сигми

Приложимо **само в случай на нормално разпределена** променлива!

1. **68%** от единиците на наблюдение попадат в интервала $[\bar{X} \pm (1 \times SD)]$

Пример:

Обем на извадка $n = 100$ новородени

Среден ръст $\bar{X} = 50$ см

Стандартно отклонение $SD = 2$ см

- **68%** от новородените ще имат ръст между $[50 - 2]$ и $[50 + 2]$ см (т.е. ръст между 48 и 52 см).
 - **32%** от новородените ще имат ръст извън интервала (48; 52 см) и тъй като променливата е нормално разпределена, те ще бъдат симетрично разположени от двете страни на интервала:
 - i. **16%** от новородените ще имат ръст < 48 см
 - ii. **16%** от новородените ще имат ръст > 52 см.
2. **95%** от единиците на наблюдение попадат в интервала $[\bar{X} \pm (2 \times SD)]$
 3. **99%** от единиците на наблюдение попадат в интервала $[\bar{X} \pm (3 \times SD)]$

Стъпки при решаване на задачата:

1. Проверяваме дали променливата е нормално разпределена (обикновено това е указано в условието на задачата).
2. Начертаваме кривата на нормалното разпределение и нанасяме началните данни и условия върху нея.
3. Определяме кои интервали от правилото за 3-те сигми ще разглеждаме (самия интервал или някоя от опашките в двата края).
4. Внимаваме за логическите оператори «И» и «ИЛИ»:
 - a. И: всяка единица на наблюдение изпълнява едновременно всички заложиени условия;
 - b. ИЛИ: всяка единица на наблюдение изпълнява поне едно от заложените условия.

Пример 1:

Извадка от 1 000 новородени е включена в проспективно наблюдение. Средният ръст на новородените при раждане е 49 см със стандартно отклонение 2 см. Ръстът е нормално разпределена величина.

Въпрос 1: Колко от включените за наблюдение новородени имат ръст **по-голям от 53 см или по-малък от 47 см?**

$$n = 1\,000$$

$$\bar{X} = 49 \text{ см}$$

$$SD = 2 \text{ см}$$

$$47 = 49 - 2 = 49 - [1 \times 2] = \bar{X} - [1 \times SD]$$

-> по-малък от 47 см -> 16% от новородените = 16% от 1 000 = 160

$$53 = 49 + 4 = 49 + [2 \times 2] = \bar{X} + [2 \times SD]$$

-> по-голям от 53 см -> 2.5% от новородените = 2.5% от 1 000 = 25

Отговор: $160 + 25 = 185$ новородени

Въпрос 2: Колко от включените за наблюдение новородени имат ръст **по-голям от 53 см и по-малък от 47 см?**

Отговор: 0 новородени (**невъзможно** е двете условия да бъдат изпълнени **едновременно** – ръст над 53 см и ръст под 47 см).

Въпрос 3: Колко от включените за наблюдение новородени имат ръст **по-голям от 47 см и по-малък от 53 см?**

$$n = 1\,000$$

$$\bar{X} = 49 \text{ см}$$

$$SD = 2 \text{ см}$$

$$47 < \text{Ръст} < 53$$

$$47 = 49 - 2 = 49 - [1 \times 2] = \bar{X} - [1 \times \text{SD}]$$

-> по-малък от 47 см -> 16% от новородените = 16% от 1 000 = 160 (т.е. те ще попадат извън посочения интервал)

$$53 = 49 + 4 = 49 + [2 \times 2] = \bar{X} + [2 \times \text{SD}]$$

-> по-голям от 53 см -> 2.5% от новородените = 2.5% от 1 000 = 25 (т.е. те ще попадат извън посочения интервал)

Отговор: $1\,000 - 160 - 25 = 815$ новородени

Въпрос 4: Колко от включените за наблюдение новородени имат ръст по-голям от 47 см или по-малък от 53 см?

$$\text{Ръст} > 47 \text{ ИЛИ } \text{Ръст} < 53$$

Отговор: Всички 1 000 новородени (всяка единица от извадката отговаря на поне едно от тези две условия).

Пример 2:

Извадка от 1 000 новородени е включена в проспективно наблюдение. Средният ръст на новородените при раждане е 49 см със стандартно отклонение 2 см. Ръстът **не** е нормално разпределена величина.

Въпрос 1: Колко от включените за наблюдение деца имат ръст по-голям от 53 см или по-малък от 47 см?

Отговор: Тъй като променливата не е нормално разпределена, не може да приложим правилото на 3-те сигми и да направим такава оценка.

Важно!

0 новородени би било грешен отговор в този случай. Възможно е да има единици в тази извадка, които отговарят на някое от тези две условия. И най-вероятно такива има. Но тъй като променливата не е нормално разпределена, не може да приложим правилото на 3-те сигми и да направим такава оценка.